COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JANVIER 1889,

PRÉSIDENCE DE M. DES CLOIZEAUX.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Berthelot**, en présentant à l'Académie la 4e livraison de la *Collection des Alchimistes grecs*, qu'il vient de publier (1), s'exprime comme il suit :

« Cette livraison renferme les Tables analytiques et les Index alphabétiques de l'introduction, du texte grec et de la traduction, Tables et Index qui constituent le complément nécessaire de cette grande publication : elle comprend environ 1300 pages de texte in-4°, avec variantes, figures, notes et commentaire perpétuel. Ce sont les preuves à l'appui des découvertes que j'ai exposées sur les connaissances pratiques et sur les théories philosophiques des alchimistes, dans mes recherches sur *les Origines de l'Alchimie;* j'ai réussi par là à faire entrer dans l'histoire positive cette science singulière, réputée purement chimérique et citée jusqu'ici comme la preuve des aberrations de l'esprit humain. »

(1) En collaboration avec M. Ch.-Em. Ruelle. In-4°, chez Steinheil.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un point de la question des plaques élastiques homogènes.* Note de M. **H. Resal**.

« Les géomètres qui se sont occupés de cette question se sont basés sur une hypothèse relative aux expressions des dilatations tangentielles, qui paraît, au premier abord, se rapporter exclusivement au choix des axes coordonnés Ox, Oy situés dans le plan du feuillet moyen à l'état naturel. Toutefois l'équation aux différentielles partielles du quatrième ordre à laquelle on arrive est indépendante de la position de ces axes. C'est donc encore la fin qui justifie les moyens.

» Je me propose, dans cette Note, de faire dépendre l'hypothèse dont il s'agit d'une hypothèse plus générale, indépendante *a priori* du choix des axes ci-dessus.

» Je ne reviendrai pas sur les considérations qui conduisent à négliger la variation de l'épaisseur de la plaque déformée, la dilatation du feuillet moyen, et le carré des inclinaisons de ses tangentes sur le plan xOy.

» On voit d'abord que tout point M_0 du feuillet moyen plan viendra se placer en M sur la perpendiculaire en M_0 à ce feuillet.

» Concevons que l'on trace la série des lignes de courbure du feuillet moyen déformé; les projections de ces lignes sur xOy, au degré d'approximation convenu, détermineront un réseau orthogonal.

» J'admettrai, en donnant ainsi de l'extension à l'une des hypothèses fondamentales sur lesquelles repose la résistance des matériaux, que les normales matérielles à xOy aux points de la projection d'une ligne de courbure restent normales au feuillet moyen déformé. Ces dernières normales détermineront évidemment dans chaque feuillet une ligne de courbure.

» Soient

m_0 le point correspondant à M_0 du feuillet non déformé défini par l'ordonnée z;

m la position qu'il prend après la déformation (par hyp. $Mm = M_0 m_0$);

mx', my' les tangentes aux lignes de courbure passant par m;

R, R' les rayons de courbure des sections principales Mmx', Mmy' du feuillet moyen;

mt une droite tracée dans le plan $x'my'$ faisant l'angle α avec mx'.

» Un raisonnement connu conduit à poser

$$\delta_{x'} = \frac{z}{R}, \qquad \delta_{y'} = \frac{z}{R'},$$

et une formule de Saint-Venant donne

$$\delta_t = \delta_{x'} \cos^2\alpha + \delta_{y'} \sin^2\alpha + \gamma_{x'y'} \sin\alpha \cos\alpha.$$

» Il est plausible d'admettre que $\gamma_{x'y'}$ est nul en raison de la symétrie de la surface du feuillet (r) à une distance infiniment petite de part et d'autre des lignes de courbure. Une autre considération conduit à ce résultat : car le lieu des index de p_t dans le plan $x'my'$ est une ellipse dont les axes coïncident naturellement avec ceux de l'indicatrice, ce qui entraîne la condition $p_{x'y'} = 0$ ou $\gamma_{x'y'} = 0$.

» On a donc

$$\delta_t = r\left(\frac{\cos^2\alpha}{R} + \frac{\sin^2\alpha}{R'}\right)$$

ou

$$\delta_t = \frac{r}{\rho},$$

en désignant par ρ le rayon de courbure de la section normale au feuillet moyen menée suivant mt. C'est ce qu'il s'agissait d'établir, car on peut substituer maintenant à mt la parallèle en M_0 à sa projection sur xOy. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les Hématozoaires observés par M. Laveran dans le sang des paludiques.* Note de M. **Bouchard**.

« Une Note récente de M. Laveran, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, me conduit à signaler l'importance d'une découverte qui remonte à dix années et qui, contestée pendant longtemps, me paraît aujourd'hui inattaquable. L'importance de cette découverte ne résulte pas seulement de l'influence désastreuse exercée par la fièvre intermittente à toutes les époques de l'histoire de l'humanité. Si M. Laveran a démontré, le premier, que cette maladie est parasitaire, il a, en faisant cette découverte, donné le premier exemple, chez l'homme, d'un parasitisme animal où l'agent pathogène semble être placé sur l'échelon le plus inférieur de la vie animale. Si la plupart des maladies infectieuses de l'homme et des animaux relèvent du microbisme végétal, la plus importante des maladies

infectieuses de l'homme dépend du microbisme animal. J'ajoute que le parasite observé par M. Laveran en Algérie a été retrouvé en France, en Corse, en Italie, en Russie, à Madagascar, au Tonkin, en Amérique, et qu'il est le même que l'organisme signalé plus récemment par MM. Marchiafava et Celli dans le sang des paludiques. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les termes élémentaires dans les coordonnées d'une planète.* Note de M. **Hugo Gyldén**. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Ch. Hermite.)

« Permettez-moi d'ajouter quelques mots à ma Communication récente.

» En vertu des équations (1), on peut se former une idée de la valeur maximum que puisse acquérir un des coefficients $\varkappa_i$, ϑ_i ayant une valeur quelconque, même évanouissante. Dans ce but, nous allons chercher l'équation du troisième degré dont la solution donne la valeur de $\varkappa_i$, les autres coefficients étant supposés connus. Pour rendre les formules plus simples, j'ai introduit les notations suivantes

$$3p_i = \frac{4}{3}\frac{\vartheta_i}{\beta} - \varkappa_1^2 - \varkappa_2^2 - \ldots - \varkappa_{i-1}^2 - \varkappa_{i+1}^2 - \ldots,$$

$$2q_i = \frac{4}{3}\frac{\gamma_i}{\beta},$$

et j'obtiens, en vertu des équations (1),

$$(5) \qquad \varkappa_i^3 - 3p_i\varkappa_i - 2q_i = 0,$$

d'où il résulte

$$\varkappa_i = \sqrt[3]{q_i + \sqrt{-p_i^3 + q_i^2}} + \sqrt[3]{q_i - \sqrt{-p_i^3 + q_i^2}}.$$

» En considérant d'abord le cas où

$$p_i^3 < q_i^2,$$

on conclurait de la formule que nous venons d'obtenir une valeur déterminée de $\varkappa_i$, puisque l'équation du troisième degré ne nous fournit qu'une seule racine réelle. Si l'on pose

$$p_i^3 = hq_i^2,$$

la formule précédente nous donne immédiatement

$$\varkappa_i = \sqrt[3]{q_i}\left(\sqrt[3]{1+\sqrt{1-h}} + \sqrt[3]{1-\sqrt{1-h}}\right),$$

ce qui montre que, dans le cas dont il s'agit maintenant, la valeur maximum de $\varkappa_i$ est

(6) $$\varkappa_i = 2\sqrt[3]{q_i} = 2\sqrt[3]{\frac{2}{3}\frac{\gamma_i}{\beta}}.$$

» Venons maintenant à l'autre cas. Si nous admettons

$$p_i^3 \geqq q_i^2,$$

ou bien

$$h \geqq 1,$$

et que nous introduisions dans l'équation (5) la valeur

$$p_1 = h^{\frac{1}{3}} q^{\frac{2}{3}},$$

l'équation qui en résulterait, à savoir

(7) $$\varkappa_i^3 - 3h^{\frac{1}{3}} q_i^{\frac{1}{3}} \varkappa_i - 2q_i = 0,$$

admet évidemment trois racines réelles, et il nous faut choisir entre elles la racine, qui devient très petite si h acquérait de grandes valeurs. Il est aisé de voir que cette racine a une valeur négative. En introduisant, au lieu de $\varkappa_i$, une autre inconnue, liée à la première par la relation

$$\varkappa_i = -\frac{2}{3}\left(\frac{q_i}{h}\right)^{\frac{1}{3}} \varkappa = -\frac{2}{3}\frac{q_i}{p_i} x,$$

on aura tout d'abord

$$x = 1 + \frac{4}{27h} x^3;$$

d'où l'on voit facilement qu'il y a pour chaque valeur de h, entre 1 et ∞, une valeur positive de x qui tombe toujours entre 1 et $\frac{2}{3}$. Pour $h = 1$, nous aurons la valeur maximum de $\varkappa_i$, à savoir

(7) $$\varkappa_i = -\sqrt[3]{q_i}.$$

» Les résultats que nous venons d'établir sont parfaitement d'accord avec ceux qui découleraient des équations (1), en y développant les déno-

minateurs suivant les puissances de $\beta\varkappa_i^2$. Au contraire, les valeurs de $\varkappa_i$, données par l'équation (6) et par l'équation (7), et qui sont valables, toutes les deux, pour $h = 1$, sont évidemment en contradiction. Comment donc expliquer cette apparition étrange de deux résultats entièrement incompatibles l'un à l'autre? En voici la raison :

» Selon la remarque signalée plus haut, relativement aux signes des coefficients $\varkappa_i$, il faut que le dénominateur $\mathfrak{S}_1 - \mathrm{N}$ change le signe sans passer par zéro, si $\mathfrak{S}_i$ diminue à partir d'une valeur $\mathfrak{S} > \mathrm{N}$ jusqu'à une valeur $\mathfrak{S} < \mathrm{N}$. Or la différence $\mathfrak{S}_i - \mathrm{N}$ pouvant s'exprimer comme racine de l'équation du troisième degré ci-dessous

$$\mathfrak{S}_i - \mathrm{N} = -\frac{3}{4}\frac{\beta\gamma_i^2}{(\mathfrak{S}_i - \mathrm{N})^2} + \frac{9}{4}(\beta h)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\gamma_i\right)^{\frac{2}{3}},$$

qu'on obtient en partant de l'équation (2), on ne saurait remplir la condition signalée sans changer les racines de cette équation, ce qui entraîne la discontinuité de la fonction $\mathfrak{S}_i - \mathrm{N}$. Mais l'équation en $\mathfrak{S}_i - \mathrm{N}$ se peut écrire aussi de la manière suivante

$$\mathfrak{S}_i - \mathrm{N} = -\tfrac{3}{4}\beta\varkappa_i^2 + \tfrac{9}{4}\beta p_i = -\frac{\gamma_i}{\varkappa_i};$$

d'où l'on voit qu'elle est identique avec l'équation (5). Nous en concluons que les $\varkappa_i$ sont aussi des fonctions discontinues, le rapport h étant considéré comme la variable indépendante. C'est la discontinuité de ces fonctions qui est la cause de l'ambiguïté que nous venons de trouver dans la détermination de la valeur maximum du coefficient $\varkappa_i$, h étant égale à l'unité. Mais, malgré la propriété d'être discontinues, les fonctions dont il s'agit ne deviennent pas du tout infinies : elles restent, au contraire, très petites et elles ne surpassent pas la valeur

$$2\sqrt[3]{\frac{2}{3}\frac{\gamma_i}{\beta}}.$$

» La détermination de la valeur de N au moyen de l'équation (2) peut devenir, il est vrai, très pénible, s'il y a des valeurs de $\mathfrak{S}_i$ qui correspondent de très près à la valeur $h = 1$; néanmoins, on trouvera une valeur déterminée de l'inconnue.

» En conséquence des résultats obtenus, il est évident que la série des coefficients $\varkappa_i$ converge plus rapidement que la série

$$\sqrt[3]{\gamma_1} + \sqrt[3]{\gamma_2} + \sqrt[3]{\gamma_3} + \ldots,$$

ce qui nous garantit la convergence des termes élémentaires. La convergence de ces termes étant établie, on peut, pour les déterminer numériquement, utiliser les méthodes proposées dans la Communication *On the determination of the radius vector in the absolute orbit of the planets*, inséré dans les *Monthly Notices of the royal astronomical Society*, à Londres. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur le mode de répartition de la vapeur d'eau dans l'atmosphère.* Note de M. A. CROVA.

« Dans un précédent travail fait en collaboration avec M. Houdaille [1], nous avons donné les résultats des observations conjuguées faites le 28 août 1888 à Bedoin et au sommet du mont Ventoux. Il est facile d'en déduire le mode de répartition de la vapeur d'eau à diverses altitudes.

» Les deux séries d'observations actinométriques discontinues faites le même jour, à des altitudes de 1900^{m} au Ventoux, et de 309^{m} à Bedoin, nous ont conduits aux formules suivantes :

Ventoux.... $y = \frac{1,971}{(1+x)^{0,447}}$, Bedoin..... $y' = \frac{1,888}{(1+x')^{0,526}}$.

» En prenant pour unité de masse ou d'épaisseur atmosphérique la masse comptée, suivant la verticale, du niveau de la mer, à la pression de 760^{m}, aux limites de l'atmosphère, la fraction de la masse atmosphérique comprise entre Bedoin et le Ventoux, suivant la même direction, sera

$$m = \frac{738,1 - 609,6}{760} = 0,169,$$

la pression barométrique moyenne pendant la durée des observations ayant été $609^{mm},6$ au Ventoux et $738^{mm},1$ à Bedoin.

» Faisant dans les formules précédentes $x = 1$ ($H = 760$), l'unité de chaleur prise aux limites de l'atmosphère devient, après avoir traversé une masse $= 1$,

Au Ventoux........ $y_1 = \frac{1}{2^{0,447}} = 0^{cal},7334$,

A Bedoin.......... $y'_1 = \frac{1}{2^{0,526}} = 0^{cal},6943$.

---

(1) *Comptes rendus*, t. CVIII, p. 35.

» L'unité de masse atmosphérique prise au-dessus du Ventoux a donc une transparence calorifique supérieure à celle d'une égale masse prise au-dessus de Bedoin.

» L'unité de chaleur se réduisant à $0^{cal},7334$ après avoir traversé une masse $= 1$ d'air au-dessus du Ventoux, pour se réduire à $0^{cal},6943$, elle devrait traverser une masse x de ce même air donnée par l'équation

$$y_2 = \frac{1}{(1+x)^{0,447}} = 0^{cal},6943, \quad \text{d'où} \quad x = 1,262.$$

» La même absorption est donc produite :

» 1° Par une masse 1,262 de l'air pris au-dessus du Ventoux;

» 2° Par une masse 1 de l'air pris au-dessus de Bedoin.

» La différence 0,262 représente donc la fraction de masse d'air pris au-dessus du Ventoux qui absorbe autant que la masse 0,169 d'air comprise entre le Ventoux et Bedoin.

» L'unité de masse prise au-dessus du Ventoux exerce donc la même absorption que la masse $\frac{0,169}{0,262} = 0,645$ de l'air compris entre les deux stations.

» Nous ne connaissons rien de précis sur le mode de décroissance de la température et de la tension de vapeur d'eau entre les deux stations. Admettons approximativement pour cette couche une température et une tension de vapeur d'eau moyennes de celles des deux stations ; la moyenne des observations horaires faites pendant la durée des observations actinométriques donne :

Au Ventoux..........	$t = 12°,5$	$f = 7^{mm},04$
A Bedoin.............	$t = 23,2$	$f = 14,16$
Moyennes..........	17,8	10,60

» Calculant d'après ces données l'épaisseur de la couche d'eau qui résulterait de la condensation de la vapeur comprise entre les deux stations, dont la différence d'altitude est 1591^{m}, nous obtenons une épaisseur de $17^{mm},141$ d'eau. Si nous admettons approximativement que l'absorption totale peut être représentée en bloc par celle de cette couche d'eau, nous pourrons, avec les mêmes conventions, représenter l'absorption exercée par l'unité de masse de l'air pris au-dessus du Ventoux par celle de la couche d'eau d'épaisseur

$$\frac{17^{mm},141}{0,262} = 64^{mm},2.$$

» La masse d'air comptée verticalement à partir du sommet du Ventoux est $\frac{609,6}{760}$; l'épaisseur de la couche d'eau correspondante serait donc

$$64^{\text{mm}},2\,\frac{609,6}{760} = 51^{\text{mm}},28.$$

» Si nous admettons que la couche d'air de 309^{m} d'épaisseur comprise entre Bedoin et la mer a pour température $23^{\circ},2$ et pour tension de vapeur $14^{\text{mm}},6$, la couche d'eau correspondante serait de $4^{\text{mm}},346$.

» Faisant les mêmes calculs pour la journée du 23 août, pour laquelle les données sont :

		Moyennes de		
		H.	f.	t.
		mm	mm	o
Ventoux	$y = \frac{1,985}{(1+x)^{0,467}}$	609,2	5,5	10,6
Bedoin	$y' = \frac{1,943}{(1+x)^{0,543}}$	736,8	8,6	23,8

nous obtenons les résultats suivants :

Épaisseurs de la couche d'eau contenues dans les masses d'air comprises :

	Le 28 août.	Le 23 août.
	mm	mm
Du niveau de la mer à Bedoin...........	4,346	2,640
De Bedoin au sommet du Ventoux.......	17,141	13,920
Au-dessus du Ventoux	51,280	30,420
Dans toute l'épaisseur atmosphérique	72,767	46,986
Dont le rapport est	0,419	0,445

» Les couches d'eau comprises entre la mer et le sommet du Ventoux seraient donc respectivement 0,419 et 0,445 de celle qui est contenue au-dessus du Ventoux; près de la moitié de la vapeur d'eau totale de l'atmosphère serait donc contenue dans les deux premiers kilomètres.

» Bien que ces calculs soient simplement approximatifs, on voit avec quelle rapidité doit avoir lieu la décroissance de la quantité de vapeur d'eau quand l'altitude augmente.

» Il paraîtrait résulter de ces observations que la couche d'eau atmosphérique est très variable d'un jour à l'autre; cela s'explique facilement si l'on remarque que la vapeur d'eau est principalement confinée dans les

couches inférieures qui sont plus directement influencées par les phénomènes météorologiques. Le 28 août, l'épaisseur était de 73^{mm} environ, la tension de vapeur étant aux deux stations $14^{mm},16$ et $7^{mm},04$, et la direction du vent y ayant varié du sud-sud-ouest au sud-sud-est qui est celle des vents humides, tandis que le 23 l'épaisseur était seulement 47^{mm} environ, la tension de vapeur étant aux deux stations $7^{mm},04$ et $5^{mm},05$, et la direction du vent y ayant varié du nord-ouest à l'ouest-nord-ouest, qui est celle des vents secs.

» Dans ses recherches sur les spectres calorifiques, Desains ([1]) rappelle que, d'après les estimations ordinaires, la vapeur d'eau contenue dans la colonne d'air ayant la hauteur de l'atmosphère formerait, en se condensant, une couche d'eau d'une épaisseur peu différente de $0^{m},04$. On voit, d'après les déterminations approximatives qui précèdent, que l'épaisseur de cette couche varie beaucoup avec les conditions atmosphériques; l'étude de cette question appelle les recherches des physiciens. »

GÉODÉSIE. — *Note sur la nouvelle méridienne de France*, rédigée par le **Service géographique de l'Armée**, et transmise par M. le Ministre de la Guerre.

« La Section de Géodésie du Service géographique de l'armée a terminé en 1888 la mesure des angles de la nouvelle méridienne de France, qui avait été commencée il y a dix-huit ans, sur l'initiative du Bureau des Longitudes et sous la direction du général Perrier.

» Le Service géographique, désireux de continuer les traditions passées et appréciant hautement le bienveillant appui que l'Académie a toujours accordé à ses travaux, a cru de son devoir de l'informer de ce fait et de lui adresser un compte rendu sommaire des principaux résultats de cette longue opération.

» Entreprise en 1870, pour rendre à la méridienne de France une précision scientifique qui lui manquait, la revision de la triangulation a été conduite du Sud au Nord en partant de la base de Perpignan, mesurée par Delambre. Depuis les Pyrénées jusqu'au parallèle de Bourges, les opéra-

([1]) *Comptes rendus*, t. LXXXIV, p. 185.

tions furent exécutées par Perrier et par le lieutenant-colonel Bassot. Ce dernier continua ensuite l'enchaînement vers le Nord avec le concours du commandant Defforges, et il a pu, cette année, couronner cette œuvre en faisant lui-même la station la plus septentrionale, celle de Rosendaël-lès-Dunkerque.

» Dans la région comprise entre les Pyrénées et Rodez, l'ancienne chaîne, qui avait été mesurée par Méchain, a pu être reconstituée identiquement. La plupart des repères ayant été retrouvés, on s'est relié sans difficulté au réseau espagnol, puis successivement à la chaîne des Pyrénées, à la chaîne du littoral méditerranéen et au parallèle de Rodez.

» Entre Rodez et Dunkerque, les repères établis par Delambre avaient presque tous disparus. Quelques-uns étaient représentés par des clochers ou des monuments dans lesquels il était impossible, avec les instruments adoptés, de faire des mesures de haute précision. Il fallut donc abandonner l'ancien réseau; le nouvel enchaînement a été constitué en vue d'obtenir les meilleures formes de triangles, conditions que Delambre n'avait pas toujours pu réaliser.

» Entre Gien et Fontainebleau et au passage de la Somme, les difficultés du terrain ont rendu la formation du canevas particulièrement laborieuse. Pour obtenir des vues, il a fallu s'élever au-dessus du sol, à des hauteurs qui ont varié de 12^{m} à 13^{m}. On y est arrivé au moyen de signaux formés de deux charpentes indépendantes, dont l'une supportait l'observateur et l'autre l'instrument.

» Dans cette portion de la chaîne comprise entre Rodez et Dunkerque, on ne s'est relié qu'au parallèle moyen et au parallèle d'Amiens. Les jonctions directes avec le parallèle de Bourges et avec le parallèle de Paris nécessitent des triangulations spéciales, que l'on n'a pu exécuter au même moment, mais qui seront entreprises ultérieurement. Dans la région du Nord, la méridienne a été soudée à l'un des côtés de la triangulation belge, le côté Cassel-Kemmel. Enfin, dans les environs de Dunkerque, la chaîne aboutit au côté Cassel-Harlettes, qui a servi de base à la jonction géodésique anglo-française.

» Toutes les observations ont été faites avec le cercle azimutal réitérateur à quatre microscopes des frères Brunner, muni d'un limbe de $0^{m},42$ de diamètre et d'une lunette de 2 pouces, pourvue elle-même d'un fil mobile à l'oculaire. Avec cet instrument, l'erreur moyenne d'une direction isolée ne dépasse pas $\pm$ 5 secondes centésimales.

» En chaque station, les directions ont été obtenues par tour d'horizon et chacune d'elles résulte de vingt séries de mesures, correspondant à vingt origines équidistantes du limbe; elles ont toutes, par conséquent, le même poids.

» Partout on a recoupé tous les sommets visibles, afin d'obtenir des directions supplémentaires conduisant à des vérifications.

» On a fait constamment usage, comme points de mire, de signaux lumineux produits, soit par des miroirs héliostats pendant le jour, soit par des collimateurs optiques à lampe de pétrole pendant la nuit. Les observations de nuit, qui donnent d'excellents résultats, ont été particulièrement précieuses dans la région nord de la chaîne, où le soleil est rare ou trop souvent voilé.

» L'enchaînement, depuis les Pyrénées jusqu'à Dunkerque, comprend 88 stations, avec 475 directions. Sur ces 88 stations, M. Perrier en a exécuté 35, M. Bassot 32 et M. Defforges 21. Le nombre total des triangles possibles est de 186; il existe 25 polygones en quadrilatères ayant des directions supplémentaires; ces figures une fois compensées, le nombre des triangles nécessaires au calcul de la chaîne se trouve réduit à 61.

» Des observations astronomiques ont été déjà faites à Carcassonne, Rodez, le Puy-de-Dôme, Saligny-le-Vif, Paris et Rosendaël-lès-Dunkerque; de nouvelles stations sont prévues, pour porter à dix au moins le nombre des sommets déterminés astronomiquement.

» Le réseau ne s'appuie actuellement que sur les deux anciennes bases de Melun et de Perpignan. Mais il est relié à deux bases nouvelles, l'une fixée à Dunkerque, l'autre à Juvisy, qui seront prochainement mesurées.

» On sait que, de l'aveu même de Delambre, la longueur de la base de Perpignan, calculée à partir de la base de Melun, est inférieure de un tiers de mètre à la longueur mesurée; on sait également qu'après l'étude générale, faite par des Ingénieurs géographes, de l'ensemble du réseau français, des discordances considérables, s'élevant jusqu'à $\frac{1}{7000}$ de la longueur des côtés, ont été signalées aux nœuds de l'ancienne méridienne avec le parallèle de Bourges et le parallèle moyen; que la mesure de la petite méridienne de Fontainebleau a fait disparaître en partie les discordances, mais qu'elle a, par contre, augmenté le désaccord entre les deux bases de Melun et de Perpignan, en le portant à $1^{m},82$.

» L'enchaînement de la nouvelle méridienne, calculé à partir de la base de Perpignan, donne les résultats suivants :

	Ancienne méridienne.	Nouvelle méridienne.	Différences absolues.	Différences relatives.
	m	m		
Base de Perpignan.............	11706,40	»	»	»
Tanch Bugarach (chaîne des Pyrénées)....................	25082,97	25083,19	+0,22	$+\frac{1}{114000}$
Pic Nore-St-Pons (chaîne du littoral méditerranéen).........	24512,47	24512,30	−0,17	$-\frac{1}{144000}$
Puy St-Georges La Gaste (parallèle de Rodez)............	32157,69	32157,37	−0,32	$-\frac{1}{100000}$
Royère Puy de Gué (parallèle moyen)....................	29047,07	29048,20	+1,13	$+\frac{1}{25000}$
Montifaux Assigny (méridienne de Fontainebleau)...........	23285,55	23283,93	−1,62	$-\frac{1}{14000}$
Base de Melun................	11842,15	11841,84	−0,31	$-\frac{1}{38000}$
Nurlu-Lihons (parallèle d'Amiens)....................	27208,78	27210,05	+1,27	$+\frac{1}{22000}$
Cassel-Harlettes...............	37460,03	37259,41	−0,62	$-\frac{1}{60000}$

» L'examen de ce Tableau permet de tirer les conclusions suivantes :

» 1° Entre les Pyrénées et le parallèle de Rodez, l'ancienne chaîne, mesurée par Méchain, concorde d'une façon presque absolue avec la nouvelle.

» 2° Du parallèle moyen à la base de Melun, l'ancienne et la nouvelle méridienne ne s'accordent nulle part; les discordances sont de signe variable, et, quoique plus faibles que celles qui avaient été mises en évidence par les Ingénieurs géographes, elles sont encore considérables.

» 3° A la base de Melun, l'écart entre la longueur mesurée et la longueur calculée atteint presque un tiers de mètre; mais il est de signe contraire à la différence signalée par Delambre.

» 4° De Melun à Dunkerque, l'accord des deux chaînes est satisfaisant, si l'on ne considère que les côtés extrêmes Melun-Lieusaint et Harlettes-Cassel; mais, à la jonction du parallèle d'Amiens, la discordance considérable trouvée pour le côté Nurlu-Lihons semble indiquer que cet accord est fortuit et tient simplement à une compensation d'erreurs.

» Ces déductions, qui précisent les régions où se trouvent concentrées les erreurs de l'ancienne méridienne, ne peuvent être légitimes que si le nouveau réseau offre lui-même des garanties suffisantes de précision. Or, ces garanties ressortent des comparaisons suivantes, qui ont été faites aux

côtés de raccordement avec les triangulations espagnole, belge, anglaise, et même avec la triangulation italienne, en passant, pour celle-ci, par le parallèle de Rodez. En partant toujours de la base de Perpignan, on a obtenu :

Raccordements.	Valeurs étrangère.	Valeurs française (base de Perpignan).	Différences étrangères-françaises.
	m	m	
Avec l'Espagne, côté (Forceral-Canigou)........	30141,15	30140,86	+0,29
Avec la Belgique, côté (Kemmel-Cassel)......	22981,49	22981,24	+0,25
Avec l'Angleterre, côté (Harlettes-Cassel)......	37459,64	37459,41	+0,23
Avec l'Italie, côté (Monnier-Tournairet).......	26009,85	26009,67	+0,18

» L'accord entre les valeurs françaises et étrangères est donc tout à fait satisfaisant et donne une grande certitude. Mais, si l'on observe que les différences sont toutes de même signe et quasi-proportionnelles aux côtés correspondants, on se trouve conduit à abandonner la base de Perpignan, et à calculer les côtés de jonction en partant d'une base étrangère et en considérant simplement la nouvelle méridienne comme un réseau de raccordement entre les triangulations espagnole, anglaise, belge et italienne. En partant de la base de Vich, mesurée récemment en Catalogne, on obtient les résultats suivants :

	Valeur étrangère.	Valeur française (base de Vich).	Différences absolues.	Différences relatives.
	m	m	m	
Espagne.......	30141,15	»	»	»
Belgique.......	22981,49	22981,52	−0,03	$-\frac{1}{760000}$
Angleterre.....	37459,64	37459,76	+0,12	$+\frac{1}{310000}$
Italie..........	26009,85	26009,92	+0,07	$+\frac{1}{370000}$

» Ainsi, la nouvelle méridienne, calculée à partir d'une base mesurée avec les appareils modernes, se raccorde, avec une approximation qui dépasse le $\frac{1}{300000}$, aux réseaux anglais, belges, italiens et espagnols : cet accord est la meilleure preuve de la haute précision du nouvel arc français et témoigne en même temps du degré de perfection qu'ont su atteindre les triangulations contemporaines.

» De la méridienne nouvelle, établie sur la base de Perpignan, il a été facile de calculer de nouveau l'ensemble des chaînes parallèles et méridiennes du réseau français.

» Un premier examen a donné les résultats suivants :

» Le parallèle d'Amiens, la portion occidentale du parallèle de Paris, le parallèle de Bourges, la portion orientale du parallèle moyen, du parallèle de Rodez et de la chaîne du littoral méditerranéen, la méridienne de Sedan, la méridienne de Bayeux et le parallèle espagnol de Saragosse forment un tout parfaitement lié, dans lequel l'accord des côtés de jonction atteint partout et dépasse souvent le $\frac{1}{50000}$.

» A la jonction du parallèle de Paris et de la méridienne de Sedan, cet accord est un peu moins satisfaisant et ne dépasse pas le $\frac{1}{30000}$.

» Mais les graves discordances, déjà signalées par les géographes dans les chaînes qui aboutissent aux bases de Bordeaux et de Gourbera, subsistent dans la partie occidentale du parallèle moyen, du parallèle de Rodez et dans la chaîne des Pyrénées. Elles varient de $\frac{1}{10000}$ à $\frac{1}{2000}$ de la valeur du côté, et l'impossibilité soit d'accorder ces deux bases avec celle de Perpignan, soit d'accorder les trois chaînes entre elles et avec la méridienne, démontrent qu'il doit exister plusieurs erreurs matérielles, intolérables dans la région du sud-ouest.

» De tout ce qui précède, on semble devoir conclure :

» 1° La méridienne de Delambre et Méchain, œuvre d'une perfection achevée pour l'époque où elle fut mesurée, ne saurait désormais ni servir de base à la triangulation française, ni être utilisée dans les recherches relatives à la forme de la Terre.

» 2° La nouvelle méridienne paraît offrir, pour ce double but, toutes les garanties de précision suffisantes.

» 3° La nouvelle méridienne a porté l'ordre et l'harmonie dans les quatre-cinquièmes du réseau français, mais elle n'a pu faire disparaître les discordances de la région sud-ouest. Une nouvelle mesure de la portion occidentale du plus important des parallèles, du parallèle moyen, s'impose donc tout d'abord dans le but de rechercher et de découvrir les points précis où le désaccord subsiste. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ÉLECTRICITÉ. — *Observations relatives à une Note récente de M.* Vaschy, « *Sur la propagation du courant dans une ligne télégraphique* [1] »; par M. L. Weiller.

(Commissaires : MM. Becquerel, Cornu, Mascart, Lippmann.)

D'après M. Weiller, les principes énoncés dans la Note dont il s'agit, leur application systématique et la manière de les mettre en œuvre, feraient l'objet d'un brevet dont il a transmis le texte à l'Administration des Télégraphes et au Ministère de la Guerre. Au point de vue théorique, une partie des conclusions de M. Vaschy lui paraît d'ailleurs contestable.

« Dans une transmission télégraphique, le but que l'on se propose est d'obtenir des signaux distincts, et il se peut que l'examen des courbes d'arrivée conduise à considérer comme préférable la proportion

$$C = \frac{16L}{R^2 l^2}.$$

» Dans une transmission téléphonique, la séparation des émissions n'est plus nécessaire, dès l'instant que leur périodicité est conservée et qu'entre les émissions de périodes différentes il ne s'introduit pas de différences de vitesse de propagation, qui auraient pour effet de briser l'articulation; le seul résultat à poursuivre est alors de donner au courant d'arrivée une intensité aussi grande que possible, et c'est ce qui est réalisé pour la relation

$$C = \frac{4L}{R^2 l^2}. \text{»}$$

M. Weiller transmet à l'Académie un spécimen de câble téléphonique à deux conducteurs, construit en vue d'obtenir la compensation de la capacité électrostatique par la self-induction; l'accroissement du coefficient de self-induction y est obtenu par l'introduction d'une enveloppe de fil de fer doux autour du conducteur principal de cuivre.

---

(1) *Comptes rendus*, t. CVII, p. 1145; 31 décembre 1888.

M. P. **Ribard** soumet au jugement de l'Académie une « Étude sur la vapeur en mouvement ».

(Commissaires : MM. Maurice Lévy, Sarrau.)

M. F. **Schaffner** adresse un Mémoire sur un appareil destiné à éviter les rencontres des trains de chemins de fer.

(Renvoi à la Commission des Chemins de fer.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse partielle de Lune du* 16 *janvier* 1889, *faite à l'observatoire de Lyon*. Note de M. G. **Le Cadet**, présentée par M. Wolf.

« Les observations ont été faites avec l'équatorial coudé (Gautier) de $0^m,38$ d'ouverture et un grossissement de 75 fois. Les heures sont données en temps moyen de Lyon, et l'on s'est contenté d'indiquer la demi-minute la plus voisine de l'observation.

» On a noté l'entrée de la Lune dans l'ombre à $16^h 17^m,8$, c'est-à-dire $0^m,3$ plus tard que le temps théorique calculé dans la *Connaissance des Temps*.

$16^h.27^m$	Le contour de l'ombre s'infléchit au voisinage de Grimaldi.
16.29	Immersion dans l'ombre du bord sud du cratère de Grimaldi.
16.31	Le cercle d'ombre atteint Riccioli.
16.32	L'ombre recouvre entièrement Grimaldi.
16.33	Immersion de Hansteen. Le contour de l'ombre s'infléchit légèrement dans le voisinage de Gassendi.
16.34,5	Immersion du bord sud-est de Gassendi.
16.36,5	L'ombre recouvre Gassendi.
16.39	Immersion d'Olbers. On note ici la teinte rougeâtre, comme un reflet d'incendie sur des nuages, que possède l'ombre vue dans la lunette et à l'œil nu.
16.42	L'ombre est infléchie en avant de Tycho et suivant une de ses traînées blanchâtres.
16.42,5	Le cercle d'ombre est tangent au bord sud-est de Tycho.
16.43	Immersion de Reiner.

16^{h}.44^{m},5 L'ombre atteint le bord opposé du cirque de Tycho.
16.53 Immersion de Kepler.

L'ombre apparaît toujours rouge jaunâtre, d'une teinte un peu cuivrée à l'œil nu. Dans la lunette, l'ombre est gris bleuâtre près de son contour, et de plus en plus rougeâtre jusqu'au bord de la portion éclipsée.

17. 3,5 Le cercle d'ombre est tangent au bord sud-sud-est du cirque de Copernic.
17. 8 Copernic est complètement immergé.
17. 8,5 L'ombre atteint Aristarque et l'immerge lentement.
17.16,5 Immersion d'Ératosthène.
17.23,5 L'ombre recouvre Pythéas.
17.31 Immersion de Manilius.
17.34 Immersion du bord sud-est du cirque de Langrenus.
17.44 Immersion de Taruntius.
17.44,5 Immersion de Pline.

Le côté est de l'ombre est resté fixe un peu au nord d'Aristarque. Il commence à rétrograder.

17.51 Aristarque émerge de l'ombre, puis Séleucus.
17.53 Vitruve est immergé.
17.55,5 L'ombre touche au bord sud de la mer des Crises.
17.57 Euler émerge complètement.

Presque tous les détails de la surface lunaire sont visibles sous l'ombre, qui est toujours et plus vivement rouge jaunâtre, comme un reflet d'incendie. A l'œil nu, le ton rouge est plus chaud, plus cristallin.

18. 2 L'ombre atteint Macrobe et l'immerge lentement.
18.25 Manilius émerge et Macrobe reste immergé sur le contour de l'ombre.
19.13 Crépuscule. Le fond du ciel est bleu blanchâtre clair, et l'ombre prend une teinte un peu violacée. La Lune est près de l'horizon et a une teinte jaune.
19.21 La petite portion de la Lune encore sous l'ombre se distingue à peine avec le fond du ciel.
19.25 On juge que le cercle d'ombre est tangent au bord de la Lune, qui ondule fortement.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse partielle de Lune du 16 janvier 1889, faite à l'équatorial ouest du jardin de l'Observatoire de Paris.* Note de MM. **D. Eginitis** et **Maturana**, présentée par M. Lœwy.

« L'observation du commencement et de la fin de l'éclipse a été favorisée à Paris par un temps très beau; mais, vers le milieu du phénomène, des nuages ont empêché l'observation complète de toutes les phases.

» A 4^{h}9^{m}35^{s}, temps moyen de Paris, la Lune entre dans l'ombre. L'ombre proprement dite est mal terminée; elle est bordée d'une bande grisâtre, due à la pénombre,

dont la dégradation de teinte très prononcée se confond avec les mers lunaires avoisinant la portion de notre satellite qui entre le premier dans le cône d'ombre, ce qui rend très incertaine l'observation exacte de l'entrée dans l'ombre du disque lunaire.

» A $4^h 16^m 54^s$ l'ombre atteint le bord sud-est de la mer des Humeurs.

» A $4^h 21^m 15^s$ l'ombre arrive au milieu de la mer des Humeurs.

» A $4^h 21^m 49^s$ l'ombre touche le bord sud-est de Piazzi.

» A $4^h 22^m 34^s$ l'ombre couvre complètement Piazzi. La teinte de la portion éclipsée est grisâtre sur les bords et d'un noir assez prononcé dans ses parties intérieures; cette différence de teinte est bien visible à l'œil nu.

» A $4^h 29^m 27^s$ l'ombre atteint le bord sud-est de Tycho.

» A $4^h 30^m 54^s$ l'ombre est au milieu de Tycho.

» A $4^h 31^m 37^s$ l'ombre couvre complètement Tycho.

» A $4^h 33^m 27^s$ l'ombre atteint Kepler.

» A $4^h 34^m 48^s$ l'ombre est au milieu de Kepler.

» A $4^h 35^m 55^s$ l'ombre couvre complètement Kepler.

» A $4^h 43^m 18^s$ l'ombre couvre Reynold.

» A $4^h 49^m 3^s$ l'ombre atteint le bord de Copernic.

» A $4^h 52^m 5^s$ l'ombre arrive au milieu de Copernic.

» A $4^h 52^m 35^s$ l'ombre couvre complètement Copernic.

» A $4^h 52^m 57^s$ l'ombre atteint le bord de Lambert.

» A $4^h 53^m 37^s$ l'ombre arrive au milieu de Lambert.

» A $4^h 55^m 15^s$ l'ombre couvre complètement Lambert. La teinte du bord de la portion éclipsée devient de plus en plus rouge cuivre, formant un croissant très étroit, tandis que ses parties intérieures sont grisâtres; dans la lunette on distingue très nettement les différents cratères et en général tous les détails de la partie éclipsée.

» A $5^h 29^m$ des nuages couvrent légèrement la Lune et rendent difficile l'observation de la partie éclipsée.

» A $5^h 36^m 11^s$ on voit réapparaître en partie Lambert.

» A $6^h 38^m 14^s$ on voit complètement Lambert. Le croissant de teinte rouge cuivre s'élargit graduellement.

» A $5^h 43^m$ nuages assez épais sur la Lune.

» A $6^h 26^m 55^s$ les nuages se dispersent; on voit réapparaître le milieu de la mer des Humeurs.

» A $6^h 32^m 37^s$ on voit réapparaître le bord de la mer des Humeurs.

» A $6^h 33^m 15^s$ on voit le milieu de Lagrange. La partie éclipsée est d'une teinte noire très accentuée, on ne voit plus le croissant rouge cuivre.

» A $6^h 40^m 14^s$ on voit réapparaître le bord nord de Schickard.

» A $6^h 41^m 2^s$ on voit le bord nord-est d'Inghirami.

» A $6^h 41^m 39^s$ on voit le milieu de Schickard.

» A $6^h 43^m 20^s$ on voit complètement Schickard.

» A $6^h 48^m 49^s$ on voit complètement Tycho.

» A $6^h 56^m 20^s$ on voit réapparaître complètement Petavius.

» A $6^h 56^m 40^s$ la partie éclipsée est d'une teinte noire tellement prononcée, qu'elle devient complètement invisible à l'œil nu; elle reste bien visible encore dans la lunette.

» A $7^h 9^m 45^s$ sortie de l'ombre.

» La sortie de l'ombre a été observée dans des conditions défavorables à la précision, attendu qu'en ce moment la Lune et surtout le bord plongé encore dans l'ombre se trouvaient tout à fait à l'horizon brumeux. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales multiples relatives à trois variables complexes.* Note de M. **Emile Picard**, présentée par M. Hermite.

« On sait que M. Poincaré a étendu aux intégrales doubles le théorème fondamental de Cauchy, relatif à une intégrale simple prise le long d'un contour fermé (*Acta mathematica*, t. IX), et il a, en particulier, étudié les résidus des intégrales doubles de fontions rationnelles. Quand on passe du domaine de deux variables complexes à celui de trois variables, on peut de deux manières différentes étendre ces notions, en laissant de côté le cas des intégrales simples de différentielles totales.

En premier lieu, nous pouvons considérer l'intégrale double

$$\int\int A\,dy\,dz + B\,dz\,dx + C\,dx\,dy \tag{1}$$

(où A, B, C sont des fonctions analytiques de x, y et z), étendue à une certaine *surface* à *deux* dimensions; le sens de cette intégrale se détermine en suivant la même voie que M. Poincaré dans le Mémoire cité. La condition pour que cette intégrale étendue à toute surface fermée soit nulle, quand on peut par une déformation continue réduire cette surface à un point sans rencontrer de valeurs de x, y, z pour lesquelles A, B, C cessent d'être continues, est ici, comme dans le cas des quantités réelles,

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0.$$

» En supposant vérifiée cette condition, qu'on peut appeler d'intégrabilité, et dans le cas où A, B, C sont des fonctions rationnelles de x, y, z, on est naturellement conduit à rechercher quels seront les *résidus* de cette intégrale double, c'est-à-dire les diverses valeurs de cette intégrale prise sur une surface fermée quelconque à deux dimensions. Bornons-nous au cas simple où l'on aurait

$$A = \frac{P}{S}, \qquad B = \frac{Q}{S}, \qquad C = \frac{R}{S},$$

P, Q, R et S étant des polynômes, le dernier étant supposé irréductible. Or la condition d'intégrabilité s'écrit alors

$$P\frac{\partial S}{\partial x}+Q\frac{\partial S}{\partial y}+R\frac{\partial S}{\partial z}=S\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right).$$

» C'est cette même équation qui joue un rôle fondamental dans l'étude des intégrales de différentielles totales relatives aux surfaces algébriques. On en conclut que l'intégrale

$$(2)\qquad \int\frac{P\,dy-Q\,dx}{\frac{\partial S}{\partial z}}$$

est une intégrale de différentielle totale relative à la surface algébrique

$$S(x, y, z)=0.$$

» Ceci posé, voici le résultat auquel on arrive : *Les résidus de l'intégrale* (1) *sont les périodes de l'intégrale de différentielle totale* (2).

En second lieu, nous considérons l'intégrale triple

$$(3)\qquad \int\int\int\frac{P\,dx\,dy\,dz}{Q},$$

P et Q étant encore des polynômes en x, y, z; la définition de cette intégrale étendue à un continuum à trois dimensions se fait toujours d'après les mêmes principes. Nous n'avons ici aucune condition d'intégrabilité, les polynômes P et Q sont arbitraires; supposons le second irréductible. Cherchons quels sont les résidus de cette intégrale, c'est-à-dire les diverses valeurs qu'elle prend, quand on l'étend à un continuum *fermé* quelconque à trois dimensions. Le résultat se rattache encore ici à la théorie des surfaces algébriques : *Les résidus de l'intégrale* (3) *sont les périodes de l'intégrale double*

$$\int\int\frac{P\,dx\,dy}{\frac{\partial Q}{\partial z}},$$

cette intégrale double étant relative à la surface algébrique

$$Q(x, y, z)=0. \text{ »}$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Formes principales sur les surfaces de Riemann.* Note de M. FÉLIX KLEIN, présentée par M. Hermite.

« J'ai montré, dans les *Göttingische Nachrichten* du 5 novembre 1887 et dans le Tome XXXII des *Mathematische Annalen,* que l'on peut construire sur les surfaces de Riemann hyperelliptiques des expressions $\Omega(x, y)$ qui possèdent l'importance de *formes principales,* en ce sens qu'elles ont sur la surface la seule racine $x = y$, cette racine étant simple, et qu'elles ne deviennent jamais infinies. J'ai aussi indiqué, dans le second des articles cités (p. 363, en note), que l'on peut construire de telles formes principales sur la surface de Riemann la plus générale. C'est ce que je vais indiquer ici, en faisant d'abord quelques remarques sur l'expression des intégrales sur une surface générale de Riemann.

» 1. Soient $w_1, w_2, \ldots, w_p$, p intégrales linéairement indépendantes de première espèce.

» Nous posons $dw_1 : dw_2 : \ldots : dw_p = \varphi_1 : \varphi_2 : \ldots : \varphi_p$, et nous introduisons, pour l'expression analytique de la surface de Riemann, ces polynômes $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_p$ comme coordonnées homogènes. Ceci est permis dans le cas général, car nous laissons de côté le cas hyperelliptique que nous avons déjà traité.

» 2. Considérons maintenant deux combinaisons linéaires des φ

$$u_1\varphi_1 + u_2\varphi_2 + \ldots + u_p\varphi_p = u_\varphi, \qquad v_1\varphi_1 + \ldots + v_p\varphi_p = v_\varphi,$$

qui doivent satisfaire à la seule condition de ne pas s'annuler simultanément en un point de la surface. Appelons v l'intégrale de première espèce, dont la différentielle est proportionnelle à v_φ, et soit v_{dw} sa différentielle On forme maintenant le quotient différentiel

$$d\left(\frac{u_\varphi}{v_\varphi}\right) : dv_w = \frac{v_\varphi u_{d\varphi} - u_\varphi v_{d\varphi}}{v_\varphi^2 v_{dw}}.$$

Cette expression représente une fonction (algébrique) uniforme sur la surface de Riemann, qui a comme infinis triples les $2p - 2$ points, où v_φ s'annule et reste fini en tout autre point. Nous en concluons que *les* $6p - 6$ *points, où* $v_\varphi u_{d\varphi} - u_\varphi v_{d\varphi}$ *s'annule, sont corésiduels aux points comptés trois fois où* $v_\varphi = 0$. Par suite, d'après un théorème de M. Nöther (*Mathematische Annalen,*

t. XVII), les $6p - 6$ points qui précèdent sont les racines d'une fonction homogène entière du troisième degré des φ. Celle-ci doit être, par rapport aux u, v, une combinaison linéaire des sous-déterminants $u_i v_k - u_k v_i$; désignons-la par

$$\mathfrak{F}\left(\overset{3}{\varphi}, \overset{1}{uv}\right).$$

» 3. Supposons maintenant qu'on ait calculé cette fonction $\mathfrak{F}$. Alors il est d'abord très simple d'exprimer les intégrales de première espèce w_α en partant des φ. On formera, avant tout, l'expression différentielle

$$\frac{v_\varphi u_{d\varphi} - u_\varphi v_{d\varphi}}{\mathfrak{F}(\varphi, uv)} = d\omega,$$

qui dépend seulement formellement, mais non réellement, des paramètres u, v. *L'intégrale w_α prise entre les limites y et x s'exprimera alors par*

$$w_\alpha^{xy} = \int_y^x \varphi_\alpha \, d\omega.$$

» 4. Cherchons maintenant une expression analogue pour les intégrales de seconde et de troisième espèce; soit $P_{\xi,\eta}^{x,y}$ une intégrale de troisième espèce avec les limites x, y et les paramètres ξ, η. A la place de x écrivons φ, et ξ pour φ', et formons la dérivée seconde $\frac{\partial^2 P}{\partial\omega\,\partial\omega'}$ (où $\partial\omega'$ est la différentielle correspondant à φ'), que nous multiplions encore par $(u_\varphi v_{\varphi'} - v_\varphi u_{\varphi'})^2$. Nous concluons du théorème de Nöther que le produit ainsi défini est une fonction homogène entière des φ, des φ' et des déterminants partiels uv, du troisième en φ et φ', du second par rapport aux uv. Nous désignons cette fonction par

$$\Psi\left(\overset{3}{\varphi}, \overset{3}{\varphi'}, \overset{2}{uv}\right).$$

» Fait-on coïncider φ et φ', alors Ψ se transforme dans le carré de $\mathfrak{F}(\varphi, uv)$; si l'on a $uv_\varphi - u_{\varphi'} v_\varphi = 0$, sans que φ et φ' coïncident, alors Ψ deviendra nulle (doublement). Ψ est, par ces deux propriétés, définie autant que se trouve définie notre intégrale de troisième espèce.

» 5. Veut-on maintenant inversement, en partant des φ, obtenir les intégrales de seconde et de troisième espèce; on prendra une forme arbitraire $\Psi(\varphi, \varphi', uv)$ jouissant des propriétés indiquées. *Une intégrale de seconde espèce entre les limites y et x avec l'infini φ' est alors donnée par la for-*

mule

$$\mathrm{Y}^{xy}_{(\varphi')} = \int_{\gamma}^{x} \frac{\Psi}{(u_\varphi v_{\varphi'} - u_{\varphi'} v_\varphi)^2}\, d\omega\,;$$

une intégrale de troisième espèce avec les limites x, y et les paramètres ξ, η, par l'intégrale double

$$\mathrm{P}^{x,y}_{\xi,\eta} = \int_{\eta}^{x}\int_{\eta}^{\xi} \frac{\Psi}{(u_\varphi v_{\varphi'} - u_{\varphi'} v_{\varphi'})^2}\, d\omega\, d\omega'.$$

» 6. Par la *forme principale* $\Omega(x,y)$ j'entends maintenant

$$\Omega(x,y) = \sqrt{d\omega_x\, d\omega_y\, e^{-\mathfrak{P}^{x+dx,\,y+dy}_{x,y}}} \qquad (\text{pour } dx = 0,\ dy = 0).$$

» On peut faire le passage à la limite indiqué dans cette formule en introduisant les $2p-3$ valeurs x', x'', …, $x^{(2p-3)}$, distinctes de x, qui donnent à $\frac{u_\varphi}{v_\varphi}$ la même valeur que x, et pareillement les $2p-3$ valeurs y', y'', …, $y^{(2p-3)}$, … qui donnent au rapport précédent la même valeur que y. On a alors

$$\Omega(x,y) = \frac{u_x v_y - u_y v_x}{\sqrt{\mathfrak{F}(x, uv)\,\mathfrak{F}(y, uv)}}\, e^{\frac{1}{2}\sum_i \mathfrak{P}^{x^{(i)},y^{(i)}}_{x,y}}.$$

» 7. La forme principale ainsi obtenue se comporte, pour ce qui est des zéros et des infinis, et aussi de la périodicité, comme la forme principale dans le cas hyperelliptique. Par elle on arrive de la manière la plus rationnelle aux fonctions θ correspondant au domaine algébrique considéré. S'agit-il, par exemple, d'un θ à caractéristique impaire, et représente-t-on par $c_\varphi = 0$ les φ correspondants avec contact en $p-1$ points, on peut écrire simplement

$$\theta\left(\int_y^x\right) = \Omega(x,y)\sqrt{C_x C_y}.$$

OPTIQUE. — *Vérification expérimentale de la méthode de M. Charles Soret, pour la mesure des indices de réfraction des cristaux à deux axes.* Note de M. **Louis Perrot**, présentée par M. A. Cornu.

« Dans une Note présentée récemment à l'Académie, M. Charles Soret a démontré ([1]) que l'on peut déduire les trois indices de réfraction principaux d'un cristal à deux axes de l'observation des angles limites de réflexion totale sur des faces quelconques.

» Chaque face, quelle que soit sa position, fournit quatre valeurs maxima et minima de l'angle limite, dont trois donneront directement les trois indices principaux par la formule $n = \mu \sin I$, où μ représente l'indice du milieu extérieur au cristal. Les trois valeurs utiles doivent se retrouver sur toutes les faces, tandis que la quatrième valeur variera d'une face à l'autre.

» C'est cette méthode que j'ai cherché à vérifier expérimentalement sur l'acide tartrique du commerce. Je me suis servi pour cela d'un réfractomètre de Liebisch, dont le prisme a un angle réfringent de 60° 6′ 30″ et un indice de réfraction $\mu = 1,77890$ pour la lumière de la soude.

» Je donne dans le Tableau suivant les angles limites maxima et minima que j'ai obtenus sur sept faces différentes et les indices de réfraction qui s'en déduisent.

» Les faces I, II et III avaient été taillées absolument au hasard et je n'ai pas déterminé leurs positions par rapport aux axes d'élasticité du cristal.

» La face IV était presque parallèle à un des axes d'élasticité. Les faces V et VI étaient l'une et l'autre inclinées de quelques degrés sur l'un des axes. La face VII était franchement oblique.

» J'ai trouvé les valeurs suivantes pour les angles compris entre les normales à ces quatre faces et les axes x, y et z d'élasticité maximum moyenne et minimum.

	x.	y.	z.
	° ′	° ′	° ′
Face IV	21. 0	92.20	110.50
Face V	85.40	42. 2	131.42
Face VI...........	49.30	41.54	81. 2
Face VII..........	54. 1	41.56	108.35

([1]) Voir *Comptes rendus*, t. CVII, p. 176; et *Archives des Sciences physiques et naturelles*, t. XX, p. 263.

Faces.				
I.	64°25′ 7″	57°12′57″	59°38′57″	61°52′ 9″
	1,60452	1,49555	1,53509	1,56876
II.	64°25′40″	57°14′ 5″	59°39′31″	63°35′54″
	1,60464	1,49586	1,53524	1,59336
III.	64°25′40″	57°14′38″	59°39′31″	60°22′14″
	1,60464	1,49602	1,53524	1,54629
IV.	64°24′50″	57°12′41″	59°38′40″	60°14′56″
	1,60445	1,49547	1,53502	1,54462
V.	64°25′30″	57°13′25″	59°39′11″	60°28′17″
	1,60457	1,49568	1,53516	1,54784
VI.	64°24′56″	57°13′14″	59°39′19″	58°31′23″
	1,60448	1,49563	1,53519	1,51713
VII.	64°24′56″	57°12′57″	59°39′48″	58°51′28″
	1,60448	1,49555	1,53532	1,55254

» On voit que, conformément à la théorie et dans les limites d'exactitude que comportait l'appareil dont je me suis servi, les trois valeurs des indices principaux se retrouvent sur toutes les faces, tandis qu'une quatrième valeur varie d'une face à l'autre. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la conductibilité électrique des sels fondus.* Note de M. **Lucien Poincaré**, présentée par M. Lippmann.

« J'ai constaté que la polarisation d'une électrode d'argent plongée dans un sel fondu, tel que l'azotate de potasse, d'abord très considérable, tombe immédiatement à zéro si l'on vient à ajouter au sel en fusion une trace d'azotate d'argent; c'est une généralisation des faits si curieux observés antérieurement par M. Lippmann (1) dans le cas des solutions salines. Ce phénomène de dépolarisation est si sensible qu'une lame d'argent plongée un certain temps dans un bain d'azotate d'argent fondu, et lavée ensuite à grande eau, reste encore quelque temps à peu près impolarisable dans un bain d'azotate de potasse ou de soude en fusion.

» Il résulte de là un moyen de simplifier notablement, dans certains cas, la méthode que M. Bouty et moi (2) avions précédemment employée pour

(1) Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 48.

(2) *Comptes rendus*, t. CVII, p. 88 et 332.

mesurer les résistances électriques des sels fondus; ce procédé s'applique immédiatement à l'étude des conductibilités des mélanges d'azotates où entre de l'azotate d'argent : on évite toute complication en employant pour électrodes principales et pour électrodes parasites des lames et des fils d'argent.

» Ces mélanges étaient intéressants à examiner, parce que, la densité de l'azotate d'argent fondu (3,9 à 350°) étant à peu près le double de la densité commune (1,84 à 350°) de l'azotate de soude et de l'azotate de potasse, on pouvait ainsi rechercher si la loi relative à la conductibilité électrique des mélanges de sels fondus, que M. Bouty et moi avions établie dans le cas de corps possédant des densités sensiblement identiques, ne s'appliquerait pas encore à des sels mêlés ayant, au contraire, des propriétés physiques si nettement différentes.

» J'ai tout d'abord mesuré la conductibilité spécifique de l'azotate d'argent pur, et j'ai constaté qu'elle était très bien représentée, entre 280° et 370°, par la formule linéaire

$$(1) \qquad c_t = 1,233[1 + 0,0025(t - 350)] \quad (^1).$$

» Le coefficient $\alpha = 0,0025$ de variation avec la température n'est pas le même que le coefficient $\beta = 0,005$ que nous avions antérieurement trouvé pour les azotates de potasse et de soude; j'ai cherché à voir si, malgré ces différences entre les propriétés physiques, la conductibilité des mélanges de l'azotate d'argent avec l'un ou l'autre de ces sels ne pourrait encore se représenter par la formule

$$(2) \qquad c''_t = \frac{pc_t + qc'_t}{p+q},$$

p et q représentant non plus les poids, mais les *volumes* des deux sels mêlés de conductibilité c_t et c'_t à la température t. Comme α et β sont des quantités très petites, la formule (2) peut s'écrire

$$(3) \qquad c''_t = \frac{pc_{350} + qc'_{350}}{p+q}\left[1 + \frac{p\alpha + q\beta}{p+q}(t - 350)\right].$$

» J'ai opéré sur cinq mélanges et pour chacun d'eux dans un intervalle

(1) Les températures sont rapportées au thermomètre à air, et les résistances $\frac{1}{c_t}$ sont exprimées en ohms.

de température assez large pour vérifier la constance du coefficient de variation avec la température; j'ai pu ainsi constater que la formule s'applique dans tous les cas; les différences entre le calcul et l'observation n'atteignent que le chiffre des centièmes.

» La même méthode s'applique à la recherche de la conductibilité électrique de l'azotate d'ammoniaque fondu; mais il faut, dans ce cas, prendre des précautions toutes particulières. La moindre surchauffe en un point de la colonne liquide provoque immédiatement une décomposition partielle dans le sel en fusion, et la présence de la bulle gazeuse qui en résulte fausse complètement le résultat des mesures; on peut cependant arriver à maintenir ce corps à l'état liquide et sans décomposition appréciable entre 160° et 220°, en le chauffant *très lentement* dans un tube assez large plongé dans un bain de paraffine. J'ai constaté que la conductibilité était encore représentée par une formule linéaire

$$(4) \qquad \gamma_t = 0,400[1 + 0,0073(t - 200)].$$

Il est à remarquer que le coefficient $\delta = 0,0073$ est encore différent de ceux qui ont été trouvés pour les autres azotates étudiés; mais on peut observer que le produit de ces coefficients par la densité du sel correspondant, prise à la température moyenne des expériences qui s'y rapportent ([1]), est un nombre sensiblement constant, comme l'indique le Tableau suivant :

Nature du sel.	Température.	Densité d ([2]).	Coefficient de variation a.	$d \times a \times 10^5$.
Azotate de potasse	350	1,84	0,005	920
Azotate de soude	350	1,84	0,005	920
Azotate d'argent	350	3,9	0,0025	975
Azotate d'ammoniaque	200	1,36	0,0073	971

» Si l'on tient compte de la difficulté qu'il y a à mesurer exactement les densités à ces hautes températures, on trouvera que *les coefficients de variation sont bien en raison inverse des densités des sels correspondants*.

» Il est aussi à remarquer que les *conductibilités moléculaires* 0,0397 de l'azotate de potasse, et 0,0420 de l'azotate d'ammoniaque, supposées rame-

([1]) C'est précisément cette température qui entre comme constante dans chacune des formules.

([2]) Les densités ont été déterminées par la méthode du flacon.

nées à une même température [1] (350° par exemple), sont très voisines l'une de l'autre; ces deux quantités diffèrent, au contraire, notablement des conductibilités moléculaires 0,0537 et 0,0602 de l'azotate d'argent et de l'azotate de soude, qui sont toutes deux peu différentes. On sait qu'en dissolution les deux premiers sels sont normaux, tandis que les deux autres sont anomaux [2]. »

PHYSIQUE. — *Dilatation et compression de l'air atmosphérique.* Note de M. CH. ANTOINE.

« Soit α le coefficient de dilatation sous pression constante,

$$pv = pv_0 + pv_0 \alpha t.$$

Lorsque p augmente, l'expérience démontre que α grandit, pv_0 diminue, et le terme $\delta = pv_0 \alpha$ tend à rester constant, du moins dans la limite des expériences de Regnault.

» Soient v_s, t_s le volume et la température de la vapeur saturée sous la pression p; on aura, pour une température de surchauffe t,

$$(1) \qquad pv = pv_s + \delta(t - t_s) = \delta\left(\frac{pv_s}{\delta} - t_s\right) + t.$$

» J'ai établi que l'on a

$$\log p = \text{const.} - \frac{1000\,\text{A}}{\text{B} + t_s},$$

$$\log v_s = \text{const.} + \frac{1000\,\text{A}}{n(\text{B} + t_s)};$$

il en résulte

$$\log \frac{pv_s}{\delta} = \text{const.} - \left(1 - \frac{1}{n}\right) 1000\,\text{A} \times \frac{1}{\text{B} + t_s}.$$

---

[1] Comme les coefficients de variation avec la température ne sont pas les mêmes, et que les coefficients de dilatation diffèrent sans doute aussi (on a cependant constaté qu'ils étaient du même ordre de grandeur), le rapport des conductibilités moléculaires ne reste évidemment pas le même à toutes les températures, mais on voit aisément qu'il varie fort peu.

[2] Ce travail a été fait au laboratoire d'Enseignement physique de la Faculté des Sciences.

Posons, pour abréger,

$$\mu = \left(1 - \frac{1}{n}\right) 1000 A,$$

on aura

$$\frac{p v_s}{\delta} = G\, 10^{-\frac{\mu}{B+t_s}},$$

(2) $$\beta = \frac{p v_s}{\delta} - t_s = G\, 10^{-\frac{\mu}{B+t_s}} - t_s,$$

$$\log(\beta + t_s) = \log G - \frac{\mu}{B + t_s}.$$

» La relation (1) peut être mise sous la forme

$$pv = \delta(\beta + t);$$

pour une autre pression p' et une autre température t',

$$p'v' = \delta(\beta' + t'),$$

d'où

(3) $$\frac{p'v'}{pv} = \frac{\beta' + t'}{\beta + t}$$

pour $p = p'$, $\beta = \beta'$, $\frac{v'}{v} = \frac{\beta + t'}{\beta + t}$.

» La fonction β donnée par l'équation (2) est la réciproque du coefficient de dilatation sous pression constante.

» Si, dans la relation (3), on fait $v = v'$,

$$\frac{p'}{p} = \frac{\beta' + t'}{\beta + t},$$

$$t' = p'\left(\frac{\beta + t}{p} - \frac{\beta'}{p'}\right).$$

» De la relation $\frac{p'}{p} = 1 + \alpha t'$ on déduira le coefficient moyen de dilatation, sous volume constant, de t à t'.

» *Air atmosphérique*. — Les tensions observées par M. Olzewsky (¹) sont coordonnées par la formule approchée

$$\log p = 9{,}00780 - \frac{931}{343 + t_s}.$$

» Les expériences de Regnault conduisent à poser

$$\log(\beta + t_s) = 2{,}68070 - \frac{117}{343 + t_s}.$$

(¹) *Comptes rendus*, séance du 28 juillet 1884.

» Pour des pressions de 760^{mm} et de 1041^{mm} (par exemple), on aurait

$$p = 760^{mm}, \qquad t_s = -191,05, \qquad \beta = 272,48,$$
$$p' = 1041^{mm}, \qquad t'_s = -187,58, \qquad \beta' = 272,28;$$

pour passer de la tension p à la tension p', sous volume constant,

$$t' = 1041\left(\frac{272,48}{760} - \frac{272,28}{1041}\right) = 101.$$

Le coefficient moyen de dilatation, sous volume constant, serait, de 0 à 101°, $\alpha_1 = 0,003663$; de 0 à 100°, Regnault a trouvé $\alpha_1 = 0,003665$.

» Sous la tension de 760^{mm}, le coefficient de dilatation, sous pression constante, sera

$$\alpha = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{272,48} = 0,0036700.$$

La moyenne des expériences de Regnault donne

$$\alpha = 0,0036706.$$

» Si de l'air à 5° est comprimé en passant d'une pression p à une pression p', on aura

$$\frac{pv}{p'v'} = \frac{\beta + 5}{\beta' + 5}.$$

» Les expériences de Regnault sur la compression de l'air se trouvent résumées par le Tableau ci-après :

Séries des essais.	État initial.			État final.			$\frac{pv}{p'v'}$	
	p.	t_s.	β.	p'.	t'_s.	β'.	d'après Regnault.	d'après la formule.
I.....	739	−191,38	272,48	1476	−183,45	272,06	1,00141	1,00172
II....	2113	−179,18	271,77	4209	−170,08	270,98	1,00277	1,00286
II....	2113	−179,18	271,77	6350	−164,14	270,44	1,00354	1,00483
III...	2068	−179,45	271,89	4128	−170,31	271,02	1,00271	1,00313
IV....	4141	−170,29	271,04	8177	−160,28	270,02	1,00325	1,00371
V....	4219	−170,04	271,03	8404	−159,85	269,97	1,00334	1,00386
V....	4219	−170,04	271,03	12982	−152,79	269,11	1,00544	1,00704
VI...	6770	−163,18	270,35	13483	−152,15	269,01	1,00429	1,00489
VI...	6770	−163,18	270,35	19002	−146,13	268,14	1,00854	1,00809
VII..	6387	−164,04	270,43	12725	−153,12	269,14	1,00461	1,00472
VII..	6387	−164,04	270,43	19400	−145,75	268,08	1,00893	1,00861
VIII..	9336	−158,09	269,78	18551	−146,54	268,20	1,00637	1,00578
IX...	11472	−154,85	269,36	20969	−144,33	267,88	1,00562	1,00542

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le sucre interverti.* Note de MM. E. **Jungfleisch** et L. **Grimbert**, présentée par M. Berthelot.

« Nous avons fait remarquer antérieurement (*Comptes rendus*, t. CVII, p. 390) que le pouvoir rotatoire de la lévulose pure, observé directement, diffère beaucoup de celui que l'on tire de l'observation, dans des circonstances correspondantes, du sucre interverti considéré comme un mélange à poids égaux de glucose et de lévulose. Les données des auteurs sur le pouvoir rotatoire du sucre interverti variant considérablement, de $-38°$ à $-44°,2$ pour le coefficient d'inversion, par exemple, il est nécessaire de préciser les faits.

» Les chiffres fournis sur ce sujet en 1849 par Clerget (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXVI, p. 175) ont été confirmés par M. Tuchschmid (*Journal für prakt. Chemie*, t. II, p. 235; 1870). Employant la formule de ce dernier chimiste, $\alpha_D = -(27°,9 - 0°,32t)$, formule applicable à une liqueur contenant $17^{gr},21$ de sucre interverti ($2C^{12}H^{12}O^{12}$) par 100^{cc}, combinant avec elle celle de M. Tollens relative à la glucose ordinaire, et admettant que le sucre interverti contient molécules égales de glucose et de lévulose, on calcule aisément le pouvoir rotatoire de la lévulose dans le sucre interverti. Il suffit de rapprocher quelques chiffres ainsi obtenus de ceux auxquels conduit, dans les mêmes conditions, notre formule relative à la lévulose pure, pour mettre en évidence l'écart qui les sépare :

Température	0°	5°	10°	14°	20°
α_D lévulose pure	101,22	98,42	95,62	93,38	90,02
α_D lévulose du sucre interverti	108,54	105,34	102,14	99,58	95,74

» Ces divergences intéressant très directement nos connaissances sur des substances aussi intéressantes que le sucre interverti et son générateur, le sucre de canne, nous avons cherché à en reconnaître l'origine. Nos expériences, que nous allons résumer brièvement, ont montré qu'elles sont dues à certaines particularités assez inattendues de l'action exercée par les acides sur la lévulose.

» I. Tout d'abord, le pouvoir rotatoire de la lévulose cristallisée n'est pas modifié quand on introduit, en poids égal, la glucose dans les liqueurs observées; ce dernier sucre n'intervient donc pas pour produire les différences signalées.

» II. Quand on soumet la lévulose pure aux traitements par lesquels on intervertit le sucre de canne, et qu'on détermine ensuite son pouvoir rotatoire, on trouve que celui-ci a été fortement modifié : une solution de lévulose pure à 10 pour 100, donnant à 12° $\alpha_D = -94°,66$, donne $\alpha_D = -96°,78$ quand elle a été préalablement chargée de 5 pour 100 d'acide chlorhydrique et chauffée à 68° pendant une demi-heure; avec l'acide sulfurique employé de même, le pouvoir rotatoire, plus augmenté encore, atteint $\alpha_D = -99°,77$. Les résultats ne varient pas sensiblement quand on neutralise *exactement* les liqueurs avant de les observer au polarimètre.

» Il y a plus, l'action des acides forts sur la lévulose pure se produit dès la température ordinaire et instantanément. L'expérience faite ainsi, sur une liqueur semblable à la précédente et avec l'acide chlorhydrique, a donné $\alpha_D = -96°,50$; or on avait trouvé $\alpha_D = -96°,78$ après chauffage.

» L'acide oxalique se conduit à chaud comme les acides minéraux énergiques. L'acide acétique et l'acide formique, même employés à 5 ou 10 pour 100, restent au contraire sans action sur le pouvoir rotatoire de la lévulose pure.

» Le pouvoir rotatoire de la glucose demeure constant dans les mêmes conditions.

» III. Dès 1846, Dubrunfaut a montré (*Comptes rendus*, t. XXIII, p. 38) que le pouvoir rotatoire du sucre interverti varie avec la nature et la proportion de l'acide employé à le produire, ainsi qu'avec la température à laquelle cet acide a réagi; nous ajouterons que la durée de l'action n'a pas une influence moindre. C'est ainsi qu'avec un sucre de canne interverti d'après la méthode de Clerget, soit par addition de 10 pour 100 d'acide chlorhydrique et chauffage jusqu'à 68° effectué en dix minutes, on a, à 12° et pour la lévulose, $\alpha_D = -101°,30$, tandis qu'avec le même sucre interverti d'après une autre méthode fort usitée aujourd'hui, c'est-à-dire par addition de 5 pour 100 d'acide chlorhydrique et maintien de la température à 68° pendant trente minutes, on trouve $\alpha_D = -96°,52$. Il était dès lors nécessaire de faire des expériences comparatives pour la lévulose pure et pour le sucre interverti. Nous rapporterons seulement les chiffres relatifs au sucre interverti obtenu dans des conditions identiques à celles des expériences citées plus haut pour la lévulose pure : à 12°, l'observation du sucre interverti par 5 pour 100 d'acide chlorhydrique, agissant à 68° pendant trente minutes, conduit à $\alpha_D = -96°,52$ pour la lévulose qu'il renferme, soit au même pouvoir que pour la lévulose pure soumise

au même traitement, $\alpha_D = -96°,78$; avec la méthode de Clerget, la lévulose du sucre interverti correspond à $\alpha_D = -101°,30$, la lévulose pure traitée pareillement donnant seulement $\alpha_D = -97°,44$, soit une valeur égale à celle, $\alpha_D = -97°,86$, que le même sucre pur acquiert sous l'action de l'acide chlorhydrique à froid.

» Sans rechercher les causes de cet écart considérable observé entre les produits de deux méthodes considérées d'habitude comme équivalentes, remarquons que l'identité des résultats fournis dans les deux cas par l'acide à 5 pour 100 établit que l'action de l'acide minéral employé est la cause des divergences dont il s'agit.

» IV. La même démonstration résulte plus nette encore d'un autre ordre de faits. L'acide acétique et l'acide formique, employés à 5 pour 100 et à 100°, intervertissent le sucre de canne en trente minutes, donnant une liqueur dont le pouvoir rotatoire demeure ensuite constant après chauffage prolongé; or, dans le sucre ainsi interverti, la lévulose possède le pouvoir rotatoire de la lévulose pure. Dans des conditions où la lévulose pure donne $\alpha_D = -94°,66$, on y trouve $\alpha_D = -94°,75$ (ac. acétique à 5 pour 100, 30^m à 100°), $\alpha_D = -94°,48$ (ac. acétique à 5 pour 100, 60^m à 100°), $\alpha_D = -94°,00$ (ac. acétique à 10 pour 100, 60^m à 100°), $\alpha_D = -94°,80$ (acide formique à 5 pour 100, 30^m à 100°). En outre, quand on ajoute de l'acide chlorhydrique aux solutions ainsi interverties, la lévulose y subit des modifications semblables à celles de la lévulose pure dans les mêmes circonstances : la lévulose pure traitée à froid par 10 pour 100 d'acide minéral donnant à 12° $\alpha_D = -97°,86$, ou bien $\alpha_D = -97°,54$ après le traitement de Clerget en chauffant à 68°, la lévulose du sucre interverti précédent donne de même $\alpha_D = -98°,56$ ou bien $\alpha_D = -98°,04$.

» Ces dernières observations confirment d'une façon très nette l'exactitude des données que nous avons fournies sur le pouvoir rotatoire de la lévulose pure.

» V. Les faits qui viennent d'être résumés conduisent aux conclusions suivantes : 1° les acides forts modifient le pouvoir rotatoire de la lévulose en l'augmentant plus ou moins suivant les circonstances; 2° la lévulose du sucre interverti par les procédés usités d'ordinaire n'est pas identique à la lévulose cristallisée dont elle constitue un produit d'altération.

» Les mêmes faits indiquent qu'il est utile d'examiner à un point de vue particulier certaines méthodes généralement adoptées dans l'analyse des matières sucrées. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'extraction de la sorbite.* Note de MM. **C. Vincent** et **Delachanal**, présentée par M. Friedel.

« M. J. Boussingault a indiqué un procédé qui permet d'extraire une certaine quantité de sorbite du jus de sorbe. Ce procédé consiste, comme on le sait, à traiter ce jus par le sous-acétate de plomb, à enlever l'excès de plomb par l'hydrogène sulfuré et à évaporer le liquide à consistance sirupeuse. Au bout d'un temps variable, mais toujours long, il se dépose de petits cristaux, ne représentant qu'une faible partie de la sorbite, et difficiles à purifier d'une façon complète.

» Nous avons obtenu un meilleur résultat en opérant de la façon suivante :

» Nous avons employé l'acide sulfurique et l'alcool pour éliminer, à l'état de sulfates, la presque totalité de la potasse et de la chaux contenues dans le jus et qui contribuent à entraver la cristallisation de la sorbite.

» Le jus de sorbe fermenté est concentré au tiers de son volume dans le vide. On en prend un échantillon (10^{gr}) que l'on chauffe dans une capsule avec un excès d'acide sulfurique; puis, dans le résidu calciné, on dose l'acide sulfurique combiné. On connaît ainsi la proportion d'acide à ajouter au jus concentré pour transformer les bases en sulfates. On ajoute l'acide étendu de son volume d'eau, puis 2^{vol} d'alcool. La presque totalité des sulfates se précipite; on filtre, on distille l'alcool, et l'on ajoute un léger excès de baryte qui donne un précipité complexe.

» Le liquide clair est traité par le sous-acétate de plomb et ensuite par l'hydrogène sulfuré; il est enfin concentré dans le vide. Le sirop obtenu fournit une forte proportion de sorbite, mais lentement.

» Nous avons constaté que la matière visqueuse qui gêne encore la cristallisation de la sorbite est un acide, ou probablement un mélange d'acides, qui ne précipite ni par le sous-acétate de plomb, ni par les terres alcalines, mais qui forme avec elles des sels gommeux très solubles dans l'eau et peu solubles dans l'alcool fort.

» Cette dernière observation nous a permis de séparer la sorbite rapidement de la façon suivante :

» Le liquide, préalablement traité comme ci-dessus, est saturé par la baryte exactement et évaporé dans le vide à consistance de sirop épais. Ce sirop est épuisé par l'alcool bouillant à 95° qui dissout la sorbite presque pure, laissant le produit barytique comme résidu.

» Par évaporation de l'alcool on obtient un sirop qui, en quelques jours, laisse déposer une abondante cristallisation de sorbite en longues aiguilles.

» Il est à remarquer que la sorbite cristallise facilement et rapidement lorsqu'elle est presque pure, quoiqu'elle soit *très soluble dans l'eau*.

» M. Meunier vient d'indiquer que la sorbite formait un acétal avec l'aldéhyde benzoïque. Cet acétal, en raison de son insolubilité dans l'eau, permet d'extraire rapidement la sorbite à l'état de pureté et de la rechercher dans les liquides végétaux ; il permet même de déterminer la proportion de sorbite contenue dans ces produits.

» Nous avons opéré de la façon suivante :

» Le jus de sorbe, concentré au tiers de son volume dans le vide, est additionné de sous-acétate de plomb en excès, filtré, traité par l'hydrogène sulfuré, enfin concentré dans le vide jusqu'à sirop épais.

» Ce sirop est additionné de son poids d'acide sulfurique (à 50 pour 100 d'acide monohydraté) et de 80 pour 100 d'aldéhyde benzoïque.

» Le mélange agité s'épaissit bientôt, puis se prend en masse par l'acétal formé.

» Au bout de vingt-quatre heures, la matière est broyée et lavée à l'eau, par dépôt et suspension.

» Le poids de ce précipité séché, après lavage complet pour éliminer l'excès d'aldéhyde, permet d'évaluer la quantité de sorbite contenue dans le produit traité.

» Nous nous sommes assurés que, dans les conditions indiquées, la sorbite était précipitée d'une façon complète.

» Pour obtenir la sorbite, on chauffe l'acétal avec de l'eau chargée de quelques centièmes d'acide sulfurique et d'aldéhyde benzoïque ; puis, lorsque la décomposition est terminée, on entraîne l'aldéhyde par un courant de vapeur d'eau.

» Il reste ainsi une liqueur renfermant de la sorbite, de l'acide sulfurique et une certaine quantité d'acide benzoïque, provenant de l'oxydation de l'aldéhyde. On la sature par la baryte, afin d'éliminer l'acide sulfurique ; l'acide benzoïque reste dissous à l'état de benzoate de baryte. On filtre, et l'on précipite exactement la baryte par l'acide sulfurique.

» Après refroidissement, le liquide est agité à plusieurs reprises avec de l'éther, afin de séparer l'acide benzoïque dissous. Il suffit ensuite d'évaporer dans le vide et de traiter par un peu de noir animal pour obtenir un sirop incolore, qui, en quelques jours, laisse déposer une abondante cristallisation de sorbite en longues aiguilles brillantes. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acétal dibenzoïque de la sorbite.* Note de M. J. Meunier, présentée par M. Troost.

« MM. Vincent et Delachanal ayant mis obligeamment à ma disposition de la sorbite extraite du jus de sorbes, j'ai pu appliquer à cette substance, isomère de la mannite, le dernier procédé que j'ai décrit pour la prépara-

tion de l'acétal benzoïque de la mannite (*Comptes rendus*, t. CVII, p. 910).

» En présence de l'acide chlorhydrique ou de l'acide sulfurique, la sorbite se combine à l'aldéhyde benzoïque et donne ainsi un corps blanc, confusément cristallin, fondant vers 160° et gardant, après la fusion, un aspect corné. Cet acétal possède les mêmes propriétés générales que l'acétal correspondant de la mannite : il est insoluble dans l'eau, faiblement soluble dans l'alcool chaud, plus soluble dans la benzine, le chloroforme ou l'acide acétique bouillants.

» Il se décompose par l'ébullition avec l'acide sulfurique étendu d'eau, en présence de l'aldéhyde benzoïque, et régénère ainsi cette aldéhyde et la sorbite.

» Deux molécules d'aldéhyde benzoïque entrent dans sa composition; on doit donc le représenter par la formule

$$C^{20}H^{22}O^{6}.$$

» C'est un acétal dibenzoïque, comme celui de la perséite que M. Maquenne a décrit récemment. »

GÉOLOGIE. — *Sur la relation des roches éruptives acides avec les émanations solfatariennes*. Note de M. A. de Lapparent, présentée par M. Daubrée.

« Il est, dans le volcanisme contemporain, un fait qui ne paraît pas avoir été remarqué jusqu'ici et que je crois utile de signaler, à cause des conséquences qu'il entraîne relativement à la genèse, encore si mystérieuse, des roches granitoïdes. Ce fait est le suivant :

» Le phénomène *solfatarien*, considéré comme le dégagement, relativement tranquille et continu, de vapeurs chimiquement actives (sulfhydriques, sulfureuses, chlorhydriques, etc.), en mélange avec la vapeur d'eau, ce phénomène, dis-je, paraît étroitement localisé dans les districts où l'activité volcanique, antérieurement à la formation des solfatares, s'était surtout traduite par des éruptions de roches *acides* ou riches en silice.

» Ainsi, réduit à presque rien aux îles Sandwich, dont les laves sont des basaltes; peu développé au Vésuve, qui rejette des leucotéphrites, et à l'Etna, centre d'éruptions de labradorites, le phénomène prend une intensité particulière aux Champs phlégréens, au milieu d'un ancien épanche-

ment de *trachyte*. Il est très remarquable aux îles Lipari, c'est-à-dire là où sont sorties les *liparites*, dont la teneur en silice dépasse 76 pour 100. Les solfatares se retrouvent dans les Andes du Chili, au milieu de *trachytes* et d'*andésites*. Celles de la Californie occupent un territoire où les *andésites* et les *dacites*, roches *quartzifères*, jouent un grand rôle, et tel est aussi le gisement des grandes solfatares de Java. Le district geysérien et solfatarien de la Nouvelle-Zélande, en partie détruit par l'explosion de 1886, avait pour centre une montagne de *rhyolite* vitreuse, qui a projeté en l'air de la *ponce quartzifère*, avec dégagement d'acide chlorhydrique.

» Le merveilleux territoire solfatarien du Yellowstone a été, à la fin de l'époque tertiaire, le théâtre d'éruptions grandioses, où dominaient les *andésites* et les *rhyolites*. Depuis, il est survenu de telles émanations acides que, sur des étendues considérables, les rhyolites ont été profondément altérées et transformées en argiles bariolées. Au contraire, on chercherait vainement des traces solfatariennes dans l'Eifel, qui a surtout fourni des roches basiques, et l'Auvergne, où l'inondation basaltique est le fait caractéristique des éruptions pliocènes, ne montre de traces de ce genre qu'au mont Dore, dans le *trachyte* que les émanations ont changé en alunite, et au Puy-de-Dôme, dans les petits filons d'oligiste de la *domite*. Enfin les nombreuses émanations sulfurées, qui ont créé les gîtes métallifères de la Transylvanie, étaient en relation immédiate avec des *andésites*, des *dacites* et des *rhyolites* acides (*porphyres molaires*).

» Cela posé, les solfatares, comme les fumerolles, doivent être considérées comme le résultat du départ des éléments volatils qui étaient primitivement incorporés à la lave et qui l'abandonnent à un moment déterminé de son éruption, ou de sa descente dans les profondeurs de la cheminée volcanique.

» Or, si l'on réfléchit que les roches acides ou à excès de silice sont, en raison de leur composition, les plus réfractaires à la fusion ignée et à la cristallisation, la relation signalée nous autorise à penser que c'est grâce à l'abondance des éléments volatils qu'elles ont pu venir jusqu'au jour. Ces éléments ont agi comme des véhicules et si, au lieu de se dégager librement, ils avaient dû demeurer dans le magma pendant toute la durée de son refroidissement, ils auraient certainement rendu plus régulier le travail de l'agrégation moléculaire. Dans ce lent travail, les cristaux auraient pu *se nourrir* progressivement et conquérir les dimensions, relativement considérables, qui caractérisent l'état *granitoïde*, état dont la production

serait empêchée par une prise en masse rapide, résultat du départ précipité des dissolvants.

» Ainsi, la simple observation de faits contemporains me semble apporter une confirmation précieuse à la conception développée par Élie de Beaumont et généralement acceptée par l'École française, à savoir que les *agents minéralisateurs* volatils ont dû jouer un grand rôle dans la formation des roches largement cristallines. »

MINÉRALOGIE. — *Photographie des figures de Widmanstaetten.* Note de M. **H. Morize**, présentée par M. Daubrée.

« La photographie des figures de Widmanstaetten dans les fers météoriques est pleine d'intérêt, mais n'est pas sans présenter plusieurs difficultés techniques.

» La schreibersite, la troïlite et peut-être la rhabdite, qui forment le léger relief qui doit être reproduit, se détachent à peine du fond dont la couleur est presque identique à la leur. Comme ces minéraux sont doués de l'aspect métallique et réfléchissent la lumière à la façon d'un miroir, on ne peut obtenir leur image à la lumière solaire directe qu'avec beaucoup de précautions, sans lesquelles le cliché est parsemé de points brillants formés par la lumière réfléchie sur chaque petite aspérité.

» La lumière directe doit être tamisée au travers d'un verre dépoli et doit tomber sur l'objet avec une incidence aussi rasante que possible. En se servant de deux miroirs, dont l'un est disposé en plein soleil et l'autre est placé entre l'objectif et l'objet, en face de ce dernier et un peu de côté, on y parvient aisément.

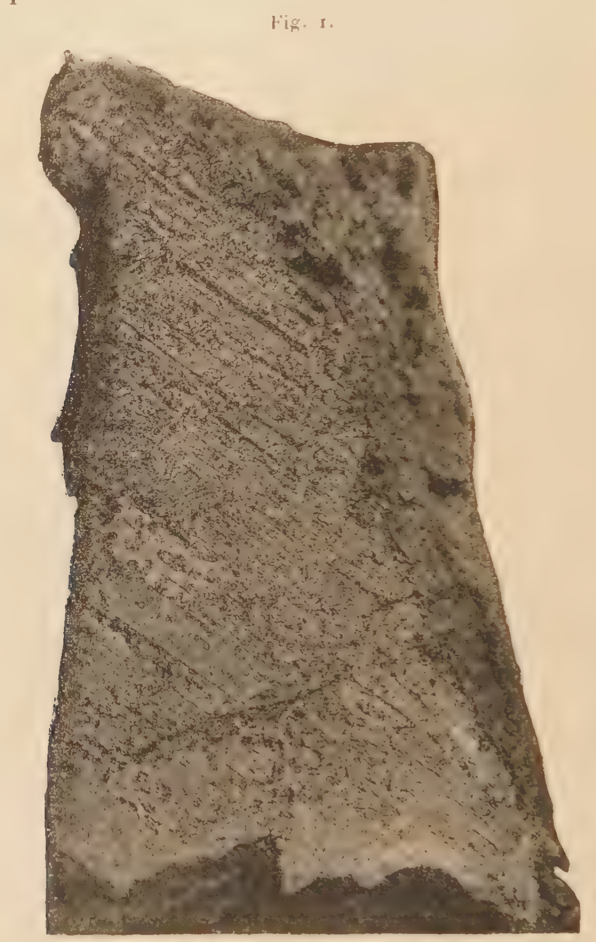
» Toutefois, si une photographie faite par ce procédé donne une forte sensation de relief, elle ne fournit aucune donnée sur la nature minéralogique des espèces qui contribuent aux figures de Widmanstaetten. Comme exemple, on peut examiner la photogravure (*fig.* 1) prise d'après un cliché d'un fragment de la météorite holosidère du Bendego, et qui est destiné à en montrer la structure compliquée et intéressante.

» Par contre, si l'on emploie une lumière diffuse, comme celle des nuages, et tombant sous une incidence voisine de 90°, on obtient un tout autre résultat : c'est ce que représente la photogravure (*fig.* 2).

» On ne voit alors aucun relief, mais, en compensation, on a une

espèce de carte topographique dans laquelle les différents éléments seraient figurés par des teintes d'intensités diverses. Chaque inclusion, chaque juxtaposition est délimitée par un trait noir et délié qui indique exactement sa place.

Fig. 1.

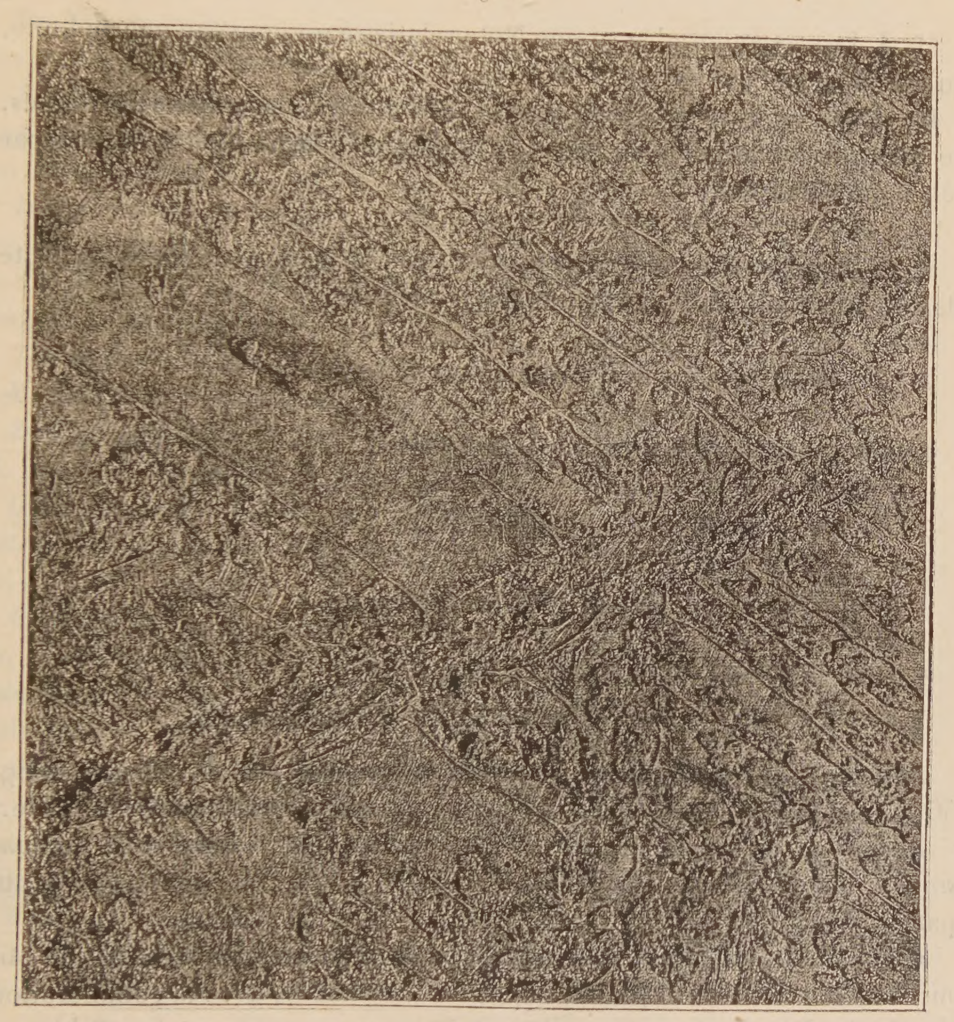


Reproduction d'une photographie obtenue à la lumière directe et avec une incidence rasante
Grossissement de 1 $\frac{1}{2}$ fois.

» Pour obtenir cet éclairage, on se sert de deux miroirs plans (un seul miroir de forme carrée et percé d'un trou pour laisser passer l'objectif serait préférable) placés de chaque côté de l'objectif, avec lesquels on cherche à réfléchir sur l'objet la lumière émanée des nuages. La meilleure position des miroirs est assez longue à obtenir, car il est indispen-

sable que toutes les parties de l'objet soient également lumineuses. Cette lumière diffuse équivaut à peu près au quart ou au tiers de la lumière solaire directe deux fois réfléchie. En se servant, comme nous l'avons fait,

Fig. 2.



Reproduction d'une photographie obtenue à la lumière diffuse et tombant sous une incidence voisine de 100°. — Grossissement, environ 8 fois.

d'un aplanétique de Steinheil de 14^{cm} de foyer avec un diaphragme $f/12$ et un grossissement de 2,5 diamètres, il faut de trois à quatre minutes avec la lumière solaire, et de neuf à douze minutes avec la lumière diffuse.

Nous avons reproduit avec un grossissement de 8 à 10 fois quelques points intéressants, en employant un aplanétique de Steinheil de 41^{mm} à peine de foyer, diaphragmé au *f*/12 ; dans ce cas la pose a varié entre quinze et vingt minutes en employant l'éclairage oblique (¹). »

M. **J. Desbourdieu** adresse une Note relative à un nouveau microphone, qu'il nomme *microphone-pendule*.

L'auteur s'est proposé d'accroître la sensibilité du microphone de Hughes, en neutralisant le poids du charbon mobile, de façon à en accroître par cela même la mobilité.

M. **H. Douliot** adresse une Note relative à une matière nutritive, extraite du blé, à laquelle il donne le nom de *fromentine*.

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 21 janvier 1889.

Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles; par F. Folie, 1889, 56e année. Bruxelles, F. Hayez, 1889; 1 vol. in-16. (Présenté par M. Faye.)

Preuves de la nutation diurne. Détermination approximative de ses constantes; par F. Folie. Bruxelles, F. Hayez, 1888; br. in-12. (Présenté par M. Faye.)

Collection des anciens alchimistes grecs, publiée sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique par M. Berthelot, avec la collaboration de M. Ch.-Em. Ruelle. Quatrième Livraison, comprenant les Tables et

---

(¹) Les plaques employées proviennent les unes d'Obernetter et les autres d'Attout-Tailfer ; elles sont également bonnes.

Le fragment photographié a été détaché de la météorite placée à l'arsenal et préparé par M. le Professeur A.-O. Derby, du Musée national.

Index alphabétiques du texte grec et de la traduction et l'Index alphabétique de l'Introduction. Paris, Georges Steinheil, 1888; 1 vol. in-4°.

Revue générale de Botanique, dirigée par M. Gaston Bonnier. Tome premier, livraison du 15 janvier 1889, n° 1. Paris, Paul Klincksieck; br. in-8°. (Présenté par M. Duchartre.)

Des hématozoaires du paludisme. Revue critique par M. le Professeur Laveran; br. in-8°. (Présenté par M. Bouchard.)

Traité d'hystérotomie et d'hystérectomie par la voie vaginale; par le Dr Laurent Secheyron. Paris, Octave Doin, 1889; 1 vol. gr. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey et renvoyé au concours Godard.)

Traité pratique d'antisepsie appliquée à la thérapeutique et à l'hygiène, par les Drs Le Gendre, Barette et Lepage. Paris, G. Steinheil, 1888; 2 vol. gr. in-8°. [Présenté par M. Bouchard et renvoyé au concours Montyon (Médecine et Chirurgie.)]

Travaux du laboratoire de Léon Fredericq. Tome II, 1887-88. Paris, J.-B. Baillière et Fils, 1888; 1 vol. in-8°.

Zoologie. Observations sur le Myspithèque, dit Aye-Aye, *de Madagascar; par* M. Lavocat. Toulouse, Douladoure-Privat, 1888; br. in-8°.

Observations de Poulkova, publiées par Otto Struve, volume XIV. Saint-Pétersbourg, imprimerie de l'Académie impériale des Sciences, 1888; 1 vol. gr. in-4°.

Beobachtungen der Saturnstrabanten. Erste Abtheilung beobachtungen am 15-Zölligen Refractor, von Hermann Struve. Supplément I aux *Observations de Poulkova.* Saint-Pétersbourg, imprimerie de l'Académie impériale des Sciences, 1888; 1 vol. gr. in-4°.

Anales del Instituto y observatorio de Marina de San Fernando, publicados de órden de la Superioridad, por el director don Cecilio Pujazon. Seccion 2ª : *Observaciones meteorológicas, año* 1887. San Fernando; José Maria Gay y Bru, 1888; 1 vol. gr. in-4°.

Report of a Committee of the clinical Society of London, nominated december 14, 1883, *to investigate the subject of Myxœdema.* Supplement to volume the twenty-first. London, Longmans, Green and C°, 1888; 1 vol. in-8°.

Publications périodiques.

Bulletin des Sciences mathématiques. — Nouvelles Annales de Mathématiques. — Annales des Ponts et Chaussées. — Société des Ingénieurs civils. — Journal de Pharmacie et de Chimie. — Journal d'Hygiène. — Revue d'Hygiène théra-

peutique. — *Bulletin général de Thérapeutique.* — *Le Progrès médical.* — *Recueil de Médecine vétérinaire.* — *Annales de la Société d'Hydrologie médicale de Paris.* — *Bulletin mensuel de la Société d'études philosophiques et sociales.* — *Le Magasin pittoresque.* — *Revue des études juives.* — *Polybiblion : Revue bibliographique universelle.* — *L'Imprimerie,* journal de la Typographie, de la Lithographie.

ERRATA.

(Séance du 14 janvier 1889.)

Note de M. *Des Cloizeaux :*

Page 77, ligne 8 après le titre, *au lieu de* d'oxygène, *lisez* d'équivalents *et supprimez* gr au-dessus de 40,98.

Note de M. *Tanret,* Sur l'ergostérine :

Page 99, lignes 23 et 31, *au lieu de* $C^{56}H^{42}O^{2}$, *lisez* $C^{56}H^{42}O^{4}$.
Page 100, lignes 14 et 22, *au lieu de* $C^{60}H^{46}O^{2}$, *lisez* $C^{60}H^{46}O^{4}$.